

Hoofdstuk 11 - formules en vergelijkingen

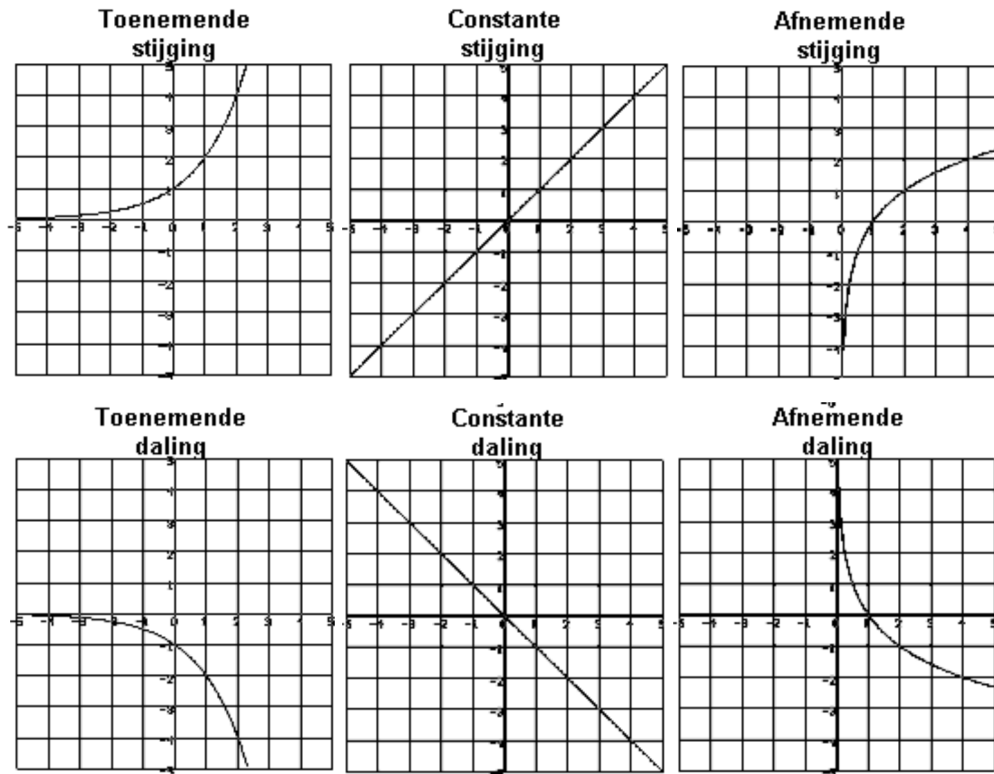
$$Q_{\text{index}} = \frac{m}{h^2}$$



HAVO wiskunde A hoofdstuk 11

0. voorkennis

Soorten van stijgen en dalen



Je ziet hier de verschillende soorten van stijgen en dalen.

Voorbeeld

Gegeven is de de formule:

$$N = \frac{100}{1 + 5 \cdot 0,6^t} \text{ met } t \geq 0$$

- Bereken hoe uit de formule volgt dat de grafiek van N stijgend is.
- Bereken wat het verzadigingsniveau is.
- Onderzoek welke soorten van stijgen bij de grafiek van N voorkomen.

Uitwerking

- Als t toeneemt dan neemt $0,6^t$ af. Dan neemt de noemer $1 + 5 \cdot 0,6^t$ ook af, dus neemt N toe.
- Als t heel groot wordt dan wordt $0,6^t$ gelijk aan nul. De noemer wordt 1. Het verzadigingsniveau is 100.
- In het begin heb je te maken met toenemende stijging, daarna met afnemende stijging.

1. grafieken en gebieden

Halfvlakken

Een lijn verdeelt het vlak in twee **halfvlakken**.

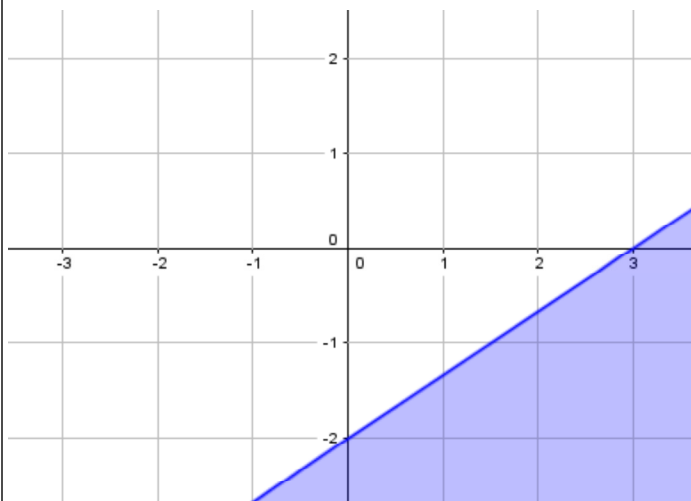
De grafiek van $ax + by \leq c$ is een halfvlak met rand begrensd door de lijn met vergelijking $ax + by = c$.

Voorbeeld 1

✓ Teken het halfvlak met rand $2x - 3y \geq 6$.

Uitwerking

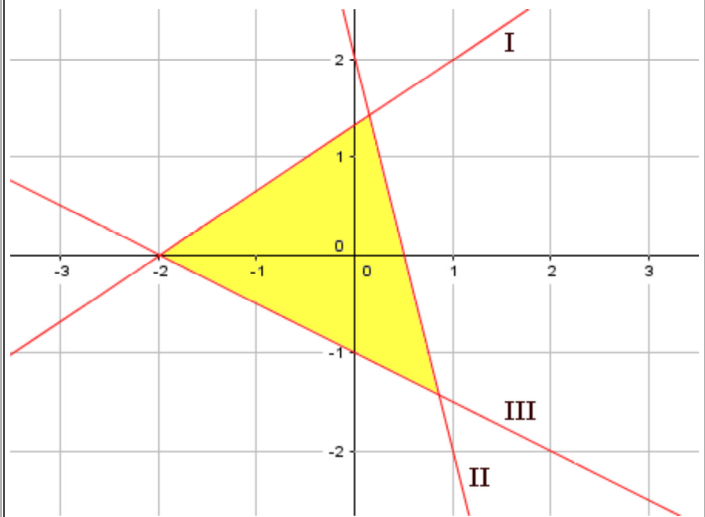
Teken de lijn $2x - 3y = 6$. Deze lijn gaat door de punten $(0, -2)$ en $(3, 0)$. Voor $(0, 0)$ geldt $2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 < 6$, dus $(0, 0)$ ligt **niet** in het gevraagde gebied. Je krijgt:



Begrensd gebieden

Een gebied kan ook begrensd zijn door meerdere lijnen. Het gebied dat je moet hebben voldoet dan aan alle genoemde ongelijkheden.

Voorbeeld 2



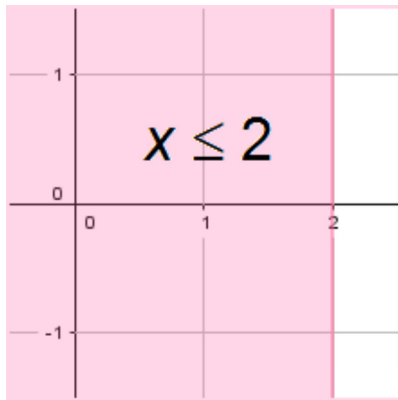
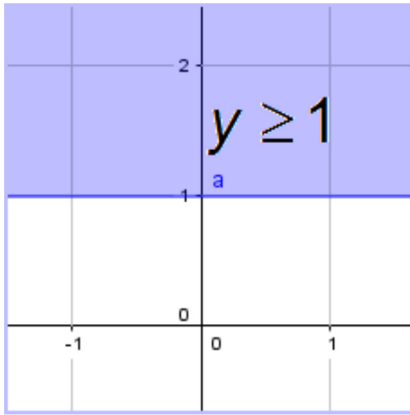
✓ Schrijf de ongelijkheden op die bij dit gebied horen.

Uitwerking

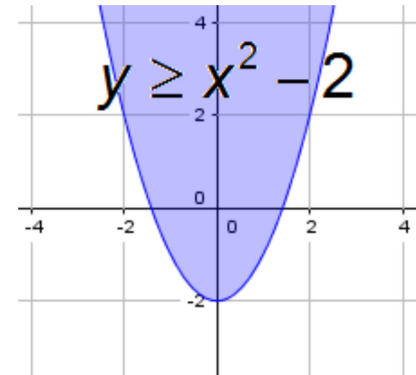
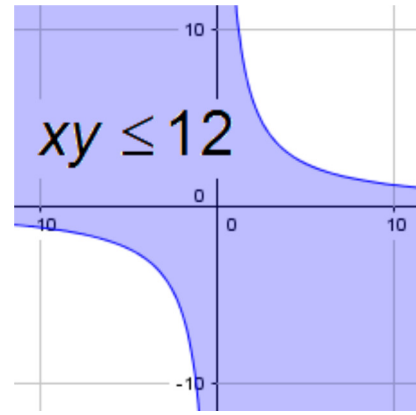
Het gebied wordt begrensd door drie ongelijkheden:

- I. $2x - 3y \geq -4$
- II. $4x + y \leq 2$
- III. $x + 2y \geq -2$

Bijzondere lineaire ongelijkheden



Andere ongelijkheden



2. breuken en verhoudingen

Breuken

Rekenregels voor breuken:

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{AD + BC}{BD}$$

$$\frac{A}{B} + C = \frac{A + BC}{B}$$

$$A \cdot \frac{B}{C} = \frac{A \cdot B}{C} = \frac{A}{C} \cdot B = A \cdot B \cdot \frac{1}{C}$$

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{AC}{BD}$$

$$\frac{A}{\left(\frac{B}{C}\right)} = \frac{A \cdot C}{B}$$

Je gebruikt de rekenregels om formules in een andere vorm te schrijven.

Uitdelen

Je kunt $\frac{3x+7}{x}$ schrijven als $\frac{3x}{x} + \frac{7}{x}$. Dat heet uitdelen:

$$\frac{3x+7}{x} = \frac{3x}{x} + \frac{7}{x} = 3 + \frac{7}{x}$$



Kruislings vermenigvuldigen

Uit $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ volgt $A \cdot D = B \cdot C$.

Uit $\frac{A}{B} = C$ volgt $A = B \cdot C$

Voorbeeld 1

✓ Los op: $\frac{2x-1}{3} = 4$

Uitwerking

$$\frac{2x-1}{3} = 4$$

$$\frac{2x-1}{3} = \frac{4}{1}$$

$$2x-1 = 3 \cdot 4$$

$$2x-1 = 12$$

$$2x = 13$$

$$x = 6\frac{1}{2}$$

Voorbeeld 2

Gegeven is $K = \frac{2}{q+1}$.

✓ Maak q vrij.

Uitwerking

$$K = \frac{2}{q+1}$$

$$K(q+1) = 2$$

$$Kq + K = 2$$

$$Kq = -K + 2$$

$$q = \frac{-K+2}{K}$$

Verhoudingen

De verhouding 50:125 is te vereenvoudigen tot 2:5. Om een bedrag te verdelen in de verhouding 2:5 bereken je eerst $2+5=7$. Je krijgt dan het $\frac{2}{7}$ - en $\frac{5}{7}$ -deel van dat bedrag.

Tip

Soms kom je wel 's formuleringen tegen als '1 op de 4' of '2 van de 9'. Dat zijn (natuurlijk) ook verhoudingen.

Voorbeeld

Eén op de zes leerlingen vind het maar niks. In een klas zitten 30 leerlingen. Hoeveel leerlingen verwacht je die het niks vinden?

Uitwerking

$\frac{1}{6}$ van de leerlingen vind het niks:

$$\checkmark \frac{1}{6} \cdot 30 = 5$$

Voorbeeld

Verdeel €27,50 in de verhouding 3:8 geeft:

$$\checkmark \frac{3}{11} \cdot €27,50 = €7,50 \text{ en } \frac{8}{11} \cdot €27,50 = €20,-$$

Zie ook verhouding en verhoudingstabel

Uit de rekentoets



bevat

10 sinaasappels
6 kiwi's

1 liter vers vruchtensap
sinaasappel - kiwi

Ingrediënten:
70% sinaasappelsap
30% kiwisap

Hoeveel milliliter sap zit er gemiddeld in een kiwi?

\checkmark antwoord

3. evenredig en omgekeerd evenredig

Evenredig

y is (recht) evenredig met x

- ✓ vermenigvuldig je x met een getal dan moet je y met hetzelfde getal vermenigvuldigen
- ✓ de bijbehorende tabel is een verhoudingstabel
- ✓ de formule heeft de vorm $y = ax$
- ✓ de grafiek is een rechte lijn door de oorsprong

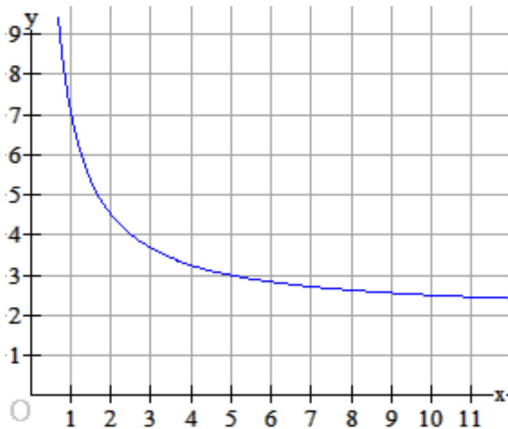
Omgekeerd evenredig

y is omgekeerd evenredig met x

- ✓ vermenigvuldig je x met een getal dan moet je y door hetzelfde getal delen
- ✓ het product $x \cdot y$ is constant, dus $x \cdot y = c$ ofwel $y = \frac{c}{x}$
- ✓ de grafiek is een hyperbool

Formule van de vorm $y = \frac{a}{x} + b$

De grafiek van $y = \frac{a}{x} + b$ met $a > 0$ is voor $x > 0$ afnemend dalend en heeft de lijn $y = b$ als grenswaarde.



Voorbeeld

Gegeven $N = \frac{50}{t} + 15$ met $t > 0$

- beredeneer wat de grenswaarde is
- beredeneer hoe uit de formule van N volgt dat de grafiek dalend is
- vanaf welke t is N kleiner dan 18? Rond af op 1 decimaal

4. formules met meer variabelen

Formules combineren

De formule $K = 3a + 2b + 12$ is een **formule met twee variabelen**. De variabelen zijn a en b .

Als je a weet dan kan je K uitdrukken in b . Evenzo als je b weet dan kan je K uitdrukken in a .

Als je weet dat $b = 15 - 2a$ dan kan je in de formule $K = 3a + 2b + 12$ de variabele b vervangen door $15 - 2a$. Je krijgt dan:

$$K = 3a + 2(15 - 2a) + 12$$

$$K = 3a + 30 - 4a + 12$$

$$K = -a + 42$$

Afspraak

Herleid zover mogelijk. Werk haakjes weg en neem gelijksoortige termen samen

Variabelen vrijmaken en formules combineren

De formule $K = 18 + 2p + 3q$ en $q = 5p + 30$ zijn te combineren tot de vorm $K = aq + b$. Daar is echter wel een tussenstap voor nodig.

Maak eerst p vrij bij de formule $q = 5p + 30$. Vervolgens kan je dan in de formule $K = 18 + 2p + 3q$ de variabele p vervangen door de uitdrukking voor p .

$$q = 5p + 30$$

$$5p = q - 30$$

$$p = \frac{1}{5}q - 6$$

Vervangen van p door $\frac{1}{5}q - 6$ in de formule geeft:

$$K = 18 + 2\left(\frac{1}{5}q - 6\right) + 3q$$

$$K = 18 + \frac{2}{5}q - 12 + 3q$$

$$K = 6 + 3\frac{2}{5}q$$

$$K = 3\frac{2}{5}q + 6$$

5. formules omwerken en redeneren met formules

Opgave 54

- a. Herleid de formule

$$K = 36 \cdot \frac{5 - 3x}{4,5} - 12$$

tot de vorm

$$K = ax + b.$$

- b. Herleid de formule

$$P = 20 + \frac{3 - 2t}{5} \cdot 35$$

tot de vorm

$$P = at + b.$$

- c. Maak x vrij bij

$$2(x - 5) - 3(y + 1) = 15.$$

- d. Maak y vrij bij

$$s + \frac{y}{x + 3} = 7.$$

- e. Maak L vrij bij

$$3\left(\frac{2}{3}L - 8\right) + 4K = 6(2 - L).$$

Opgave 55

- a. Gegeven is

$$\frac{4A}{3(2t - 20)} = 16.$$

Druk A uit in t .

- b. Gegeven is de formule

$$2P - 8 = 0,4\sqrt{Q}.$$

Druk Q uit in P .

- c. Gegeven is de formule

$$N = \frac{5x}{3y - 2}.$$

Neem $N = 6$ en herleid de formule tot de vorm

$$x = ay + b.$$

- d. Maak q vrij bij de formule

$$K = 5 + \frac{8}{q}$$

- e. Maak B vrij bij de formule

$$A = \frac{B + 4}{3B - 2}.$$

- f. Maak N vrij bij de formule

$$3(1 - M) = 2 - \frac{1}{N}.$$

Opgave 60

Beredeneer of bij de formule een stijgende of dalende grafiek hoort en bereedeneer wat de grenswaarde is.

a. $y = 250 - \frac{100}{x}$

b. $y = 25 + \frac{12^x}{x^2}$

c. $y = 40 - \frac{80}{2 + \sqrt{x}}$

d. $y = \frac{100 \cdot 0,98^x}{x^2 + 1}$

Opgave 61

Beredeneer of bij de formule een stijgende of dalende grafiek hoort en bereedeneer wat de grenswaarde is.

a. $N = 1250 \left(2 - 3 \cdot 0,75^t\right)$

b. $N = \frac{18000}{250 + 333 \cdot 0,65^t}$

F.A.Q.

✓ Invoeren in GR